

Minimalne wymagania dla osób zdających egzamin dyplomowy „licencjacki”  
na specjalności matematyka finansowa  
kończących studia od roku akademickiego 2020/2021

Znajomość poniższych zagadnień jest niezbędna do ubiegania się  
o uzyskanie stopnia licencjata matematyki.

<b>W zakresie logiki i teorii mnogości</b>	
	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Wybrane prawa klasycznej logiki zdań i kwantyfikatorów, pojęcie wartościowania i tautologii.</li><li>2. Zbiory uporządkowane, elementy wyróżnione, dobre porządki, lemat Kuratowskiego-Zorna.</li><li>3. Składanie funkcji, obrazy i przeciwobrazy wyznaczone przez funkcje, działania uogólnione.</li><li>4. Relacje równoważności i ich zastosowania, zasada abstrakcji.</li><li>5. Równoliczność i moce zbiorów.</li></ol>
<b>W zakresie kombinatoryki</b>	
	<ol style="list-style-type: none"><li>6. Liczby naturalne, zasada indukcji matematycznej.</li><li>7. Schematy wyboru i zliczanie funkcji na zbiorach skończonych.</li><li>8. Współczynniki dwumianowe i dowodzenie tożsamości kombinatorycznych.</li><li>9. Zasada włączeń i wyłączeń.</li><li>10. Podziały zbiorów i liczb: podziały uporządkowane i nieuporządkowane, liczby Stirlinga, liczby Bella, diagramy Ferrersa.</li><li>11. Zależności rekurencyjne i rozwiązywanie rekurencji: funkcje tworzące, równania charakterystyczne.</li></ol>
<b>W zakresie algebry</b>	
<b>Algebra liniowa</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>12. <u>Ciało liczb zespolonych</u>: interpretacja geometryczna, pierwiastkowanie liczb zespolonych, pierwiastki z jedyńki, zasadnicze twierdzenie algebry.</li><li>13. <u>Przestrzeń liniowa</u>: pojęcie i przykłady przestrzeni liniowych, liniowa niezależność wektorów, pojęcie bazy i wymiaru, konstrukcja przestrzeni ilorazowej.</li><li>14. <u>Przekształcenia liniowe</u>: pojęcie i przykłady, obraz i jądro, macierz przekształcenia liniowego, wielomian charakterystyczny, wektory i wartości własne.</li><li>15. <u>Macierze i wyznaczniki</u>: pojęcie i przykłady, mnożenie macierzy, rząd macierzy i metody jego wyznaczania, definicja i własności wyznaczników.</li><li>16. <u>Układy równań liniowych</u>: przykłady, twierdzenie Kroneckera-Capelliego, twierdzenie Cramera, układy równań jednorodnych.</li><li>17. <u>Odwzorowania wieloliniowe</u>: formy wieloliniowe, formy dwuliniowe, macierz formy, iloczyn skalarny.</li></ol>
<b>Teoria Liczb</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>18. <u>Relacja podzielności w zbiorze liczb całkowitych</u>: własności, twierdzenie o dzieleniu z resztą, największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność, algorytm Euklidesa.</li><li>19. <u>Liczby pierwsze</u>: twierdzenie o nieskończoności zbioru liczb pierwszych, sito Eratostenesa, twierdzenie o jednoznaczności rozkładu.</li><li>20. <u>Kongruencje</u>: własności, rozwiązywanie kongruencji liniowych, chińskie twierdzenie o resztach.</li><li>21. <u>Funkcja Eulera</u> i jej własności, twierdzenie Eulera, małe twierdzenie Fermata.</li></ol>

<b>Algebra</b>	<p>22. <u>Podstawowe pojęcia teorii grup</u>: grupa, grupa abelowa, zbiór generatorów grupy, grupa cykliczna, podgrupa, podgrupa normalna, rząd grupy, rząd elementu, izomorfizm grup, twierdzenie Lagrange'a.</p> <p>23. <u>Homomorfizmy grup i grupy ilorazowe</u>: pojęcie homomorfizmu, jądro i obraz homomorfizmu, pojęcie warstw lewo- i prawostronnych, ich własności, pojęcie grupy ilorazowej, twierdzenie o izomorfizmie grup.</p> <p>24. <u>Podstawowe pojęcia dotyczące grup permutacji</u>: transpozycje i cykle, rozkład permutacji na cykle, permutacje parzyste i nieparzyste, grupa permutacji parzystych, twierdzenie Cayley'a.</p> <p>25. <u>Podstawowe pojęcia teorii pierścieni przemiennych</u>: pierścień, dziedzina całkowitości, podpierścień, ideał pierścienia, ideał główny, pierścień ideałów głównych, ideał maksymalny, ideał pierwszy.</p> <p>26. <u>Homomorfizmy pierścieni i pierścienie ilorazowe</u>: jądro i obraz homomorfizmu, twierdzenie o izomorfizmie pierścieni, charakteryzacja ideałów pierwszych i maksymalnych za pomocą pierścieni ilorazowych.</p> <p>27. <u>Typy elementów w pierścieniach</u>: elementy odwracalne, dzielniki zera, elementy nierozkładalne i elementy pierwsze, elementy stowarzyszone, największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność.</p> <p>28. <u>Jednoznaczność rozkładu w dziedzinach całkowitości i jej zastosowania</u>: relacja podzielności w dziedzinie całkowitości, pojęcie jednoznaczności rozkładu, twierdzenie Gaussa, pierścienie Euklidesa, zastosowania do rozwiązalności równań diofantycznych.</p> <p>29. <u>Pierścienie wielomianów</u> nad ciałami <math>C</math>, <math>R</math>, <math>Q</math>: wielomiany nierozkładalne, kryterium Eisensteina.</p> <p>30. <u>Ciała</u>: definicja i przykłady ciał, charakterystyka ciała, podciała, ciała proste, ciała skończone, ciało ułamków dziedziny całkowitości, rozszerzenia algebraiczne ciał.</p>
<b>W zakresie analizy</b>	
<b>Analiza matematyczna</b>	<p>31. <u>Funkcje liczbowe</u>: definicja funkcji liczbowej, dziedzina, zbiór wartości, wykres funkcji. Funkcje: monotoniczne, parzyste i nieparzyste, okresowe, ograniczone i ich kresy, różnowartościowe, surjekcje, odwrotne, złożone, elementarne.</p> <p>32. <u>Ciągi liczbowe</u>: definicje, przykłady, ciąg arytmetyczny, ciąg geometryczny, ciągi monotoniczne i ograniczone, granica ciągu i jej własności, działania na ciągach, twierdzenie o trzech ciągach, liczba <math>e</math>, podciągi, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa.</p> <p>33. <u>Granice funkcji</u>: definicje Heinego i Cauchy'ego granicy funkcji w punkcie, działania arytmetyczne na granicach funkcji, twierdzenie o granicy funkcji złożonej, granice niewłaściwe.</p> <p>34. <u>Ciągłość funkcji</u>: definicje Heinego i Cauchy'ego ciągłości funkcji w punkcie, ciągłość sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, ciągłość funkcji elementarnych, ciągłość jednostajna, twierdzenie Weierstrassa, twierdzenie Cantora, własność Darboux.</p> <p>35. <u>Pochodna funkcji</u>: iloraz różnicowy, definicja pochodnej funkcji w punkcie, interpretacja geometryczna i fizyczna pochodnej, różniczka funkcji, pochodne funkcji elementarnych, działania arytmetyczne na pochodnych, pochodne funkcji odwrotnej i złożonej, ekstrema funkcji, warunek konieczny i dostateczny istnienia ekstremum, twierdzenie Rolle'a, twierdzenie Lagrange'a, interpretacja geometryczna znaku pochodnej, reguła de l'Hospitala, wyrażenia nieoznaczone, pochodne wyższych rzędów, twierdzenie i wzór Taylora, drugi warunek wystarczający istnienia ekstremum.</p> <p>36. <u>Całka oznaczona</u>: określenie całki oznaczonej, warunki całkowalności, interpretacja geometryczna i fizyczna całki oznaczonej, twierdzenia podstawowe rachunku całkowego (wzór Newtona-Leibniza), zastosowania geometryczne całki oznaczonej.</p> <p>37. <u>Szeregi liczbowe</u>: definicja szeregu liczbowego, ciągi sum częściowych, warunek konieczny zbieżności szeregu, szeregi naprzemienne, kryterium Leibniza, szeregi o wyrazach dowolnych, zbieżność warunkowa, zbieżność bezwzględna, zmiana porządku wyrazów szeregu.</p>

	<p>38. <u>Ciągi i szeregi funkcyjne</u>: definicja ciągu funkcyjnego, zbieżność punktowa, funkcja graniczna, zbieżność jednostajna, warunek Cauchy'ego, ciągłość funkcji granicznej, definicja szeregu funkcyjnego, kryterium Weierstrassa, twierdzenie o całkowaniu szeregu funkcyjnego, twierdzenie o różniczkowaniu szeregu funkcyjnego, szeregi potęgowe, promień i obszar zbieżności szeregu potęgowego, twierdzenie Hadamarda o promieniu zbieżności, twierdzenie o całkowaniu szeregu potęgowego, twierdzenie o różniczkowaniu szeregu potęgowego, szereg Taylora.</p> <p>39. <u>Całka niewłaściwa</u>: całka niewłaściwa w przedziale nieskończonym, całka niewłaściwa funkcji nieograniczonej.</p> <p>40. <u>Funkcje wielu zmiennych</u>: granice i ciągłość funkcji wielu zmiennych.</p> <p>41. <u>Pochodne funkcji wielu zmiennych</u>: pochodne cząstkowe rzędu pierwszego, pochodne cząstkowe wyższych rzędów, twierdzenie Schwarz'a, różniczkowalność, różniczkowanie funkcji złożonej, pochodna kierunkowa, funkcja uwikłana, pochodna funkcji uwikłanej, ekstremum funkcji, warunek konieczny i dostateczny istnienia ekstremum, ekstrema warunkowe, najmniejsza i największa wartość funkcji.</p> <p>42. <u>Całki wielokrotne</u>: całka podwójna w prostokącie, interpretacja geometryczna, własności, całka podwójna w obszarze normalnym, całki iterowane, zamiana zmiennych w całce podwójnej, całki potrójne w prostopadłości, interpretacja geometryczna, własności, całka potrójna w obszarze regularnym, zamiana zmiennych w całce wielokrotnej.</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);"><b>Równania różniczkowe zwyczajne</b></p>	<p>43. <u>Pojęcia</u>: równanie różniczkowe zwyczajne, rozwiązania równania, ich rodzaje, zagadnienie początkowe, interpretacja geometryczna.</p> <p>44. <u>Szczególne równania</u>: równania o zmiennych rozdzielonych, zupełne, liniowe I-go rzędu.</p> <p>45. Twierdzenie o lokalnym istnieniu i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia początkowego.</p> <p>46. Liniowe równania n-tego rzędu o stałych współczynnikach. Wronskian.</p> <p>47. Liniowe układy równań I-go rzędu o stałych współczynnikach i algebraiczne sposoby ich rozwiązywania.</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);"><b>Metody numeryczne</b></p>	<p>48. <u>Zagadnienie interpolacji</u>: wielomian interpolacyjny Lagrange'a, wzory interpolacyjne Newtona, interpolacja odwrotna.</p> <p>49. <u>Całkowanie numeryczne</u>: kwadratury Newtona-Cotesa, kwadratury Gaussa.</p> <p>50. <u>Aproksymacja funkcji</u>: aproksymacja średniokwadratowa punktowa, aproksymacja średniokwadratowa całkowita, aproksymacja funkcjami ortogonalnymi.</p> <p>51. Metody rozwiązywania równań nieliniowych.</p>
<p><b>W zakresie rachunku prawdopodobieństwa</b></p>	
	<p>52. Przestrzeń probabilistyczna, schemat Bernoulli'ego, prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite i wzór Bayesa.</p> <p>53. Zmienna losowa i jej dystrybuanta, rozkład dyskretny, rozkład ciągły, wartość oczekiwana i wariancja oraz jej własności.</p> <p>54. Nierówności związane z momentami (Czebyszewa, uogólniona Czebyszewa, itp.).</p> <p>55. Niezależność zdarzeń losowych i zmiennych losowych.</p> <p>56. Zbieżności ciągów zmiennych losowych (z prawdopodobieństwem 1 i według p-ego momentu bezwzględnie, zbieżność według rozkładów) oraz zależności między nimi.</p> <p>57. Mocne i słabe prawo wielkich liczb oraz warunki wystarczające na ich zachodzenie.</p> <p>58. Centralne twierdzenie graniczne: twierdzenia Lindeberga-Levy'ego i Moivre'a-Laplace'a.</p>

<b>W zakresie topologii</b>	
	<p>59. <u>Przestrzenie metryczne</u>: metryka, rodzaje punktów i zbiorów w przestrzeniach metrycznych, ciągi i zbieżność, domknięcie, wnętrze i brzeg zbioru, baza przestrzeni metrycznej.</p> <p>60. <u>Przestrzeń topologiczna</u>: definicja, sposoby wprowadzania topologii, topologia przestrzeni metrycznej, aksjomaty oddzielania, przestrzenie Hausdorffa i przestrzenie normalne, operacje na przestrzeniach metrycznych i topologicznych, iloczyny kartezjańskie.</p> <p>61. <u>Przekształcenia ciągłe i homeomorfizmy</u>: lemat Uryhsona i twierdzenie Tietzego, przekształcenia Lipschitza i przekształcenia jednostajnie ciągłe, przestrzenie przekształceń.</p> <p>62. <u>Podstawowe typy przestrzeni topologicznych</u>: przestrzenie ośrodkowe, przestrzenie zwarte, przestrzenie spójne, kontinua, własności przekształceń ciągłych na takich przestrzeniach, twierdzenie Cantora dla przestrzeni zwartych i kontinuu.</p> <p>63. <u>Przestrzenie zupełne</u>: twierdzenie Cantora.</p>
<b>W zakresie geometrii</b>	
	<p>64. Analityczna przestrzeń afiniczna i jej podprzestrzenie.</p> <p>65. Stosunek podziału, twierdzenie Talesa, Cevy i Menelaosa, współrzędne barycentryczne.</p> <p>66. Przekształcenia afiniczne, powinowactwa osiowe, dylatacje.</p> <p>67. Przestrzeń afiniczno-metryczna: iloczyn skalarny i odległość, prostopadłość, miara kąta.</p> <p>68. Izometrie na płaszczyźnie euklidesowej: parzystość, twierdzenie o rozkładzie, twierdzenia redukcyjne, klasyfikacja.</p> <p>69. Relacja przystawania i podobieństwa.</p>
<b>W zakresie elementów informatyki</b>	
	<p>70. MS Excel jako narzędzie do analizy danych: sposób wykorzystania tabel przestawnych.</p> <p>71. Baza danych - MS Access: opis elementów (tabele, relacje, formularze, raporty), rodzaje zapytań (kwerend).</p> <p>72. Modelowanie bazy danych - rodzaje połączeń relacyjnych, pojęcie klucza głównego i obcego.</p>
<b>W zakresie badań operacyjnych</b>	
	<p>73. Postać standardowa i kanoniczna zagadnienia programowania liniowego.</p> <p>74. Metoda sympleks.</p> <p>75. Zagadnienie dualne programowania liniowego.</p> <p>76. Klasyczne zagadnienia transportowe.</p> <p>77. Warunki Kuhna-Tuckera, funkcja Lagrange'a, pojęcie programowania wypukłego i kwadratowego.</p> <p>78. Programowanie wielokryterialne: metakryterium</p>
<b>W zakresie statystyki matematycznej</b>	
	<p>79. Estymacja punktowa i przedziałowa: metody wyznaczania estymatorów, własności estymatorów.</p> <p>80. Reguły testowania hipotez statystycznych.</p> <p>81. Klasyczny model regresji liniowej.</p>

	<b>W zakresie ekonometrii</b>
	82. Klasyczna metoda najmniejszych kwadratów. 83. Weryfikacja liniowego modelu ekonometrycznego. 84. Autokorelacja i heteroskedastyczność składnika losowego. 85. Modele wielorównaniowe: klasyfikacja, metody estymacji parametrów.
	<b>W zakresie elementarnej matematyki finansowej</b>
	86. <u>Oprocentowanie proste</u> : stopa roczna, stopa podokresowa, stopa przeciętna. 87. <u>Oprocentowanie składane</u> : kapitalizacja roczna, kapitalizacja podokresowa, kapitalizacja ciągła, przeciętna stopa procentowa, efektywna stopa procentowa. 88. <u>Dyskonto</u> . 89. <u>Inflacja</u> : stopa realna, stopa nominalna, wzór Fishera 90. <u>Renty</u> : renta prosta i uogólniona, renty o stałych ratach.