

EKSPERYMENT MATEMATYCZNY

Lena Romanowicz

**SPORTOWA SZKOŁA PODSTAWOWA IM. FERDYNANDA MARECKIEGO
W SUPRAŚLU**



**Ile prostokątów
można ułożyć z n
sześciątów?**



• Rozważania ogólne

1. Eksperyment matematyczny dotyczący liczby istotnie różnych prostopadłościanów, które można ułożyć z n sześciątów, jest zagadnieniem z zakresu kombinatoryki geometrycznej polega on na określeniu, ile różnych kształtów prostopadłościanów można utworzyć, łącząc jednostkowe sześciiany w przestrzeni trójwymiarowej.

2. Prostopadłościan w przestrzeni trójwymiarowej można określić za pomocą trzech wymiarów: długości, szerokości i wysokości. Dla n jednostkowych sześciątów, celem jest znalezienie wszystkich możliwych istotnie różnych kombinacji tych trzech wymiarów, które łącznie zawierają dokładnie n jednostkowych sześciątów.

Problem badawczy

Jaką liczbę różnych prostopadłościanów można skonstruować z n jednostkowych sześciątów, przy założeniu, że wymiary prostopadłościanu są liczbami naturalnymi i nie uwzględnia się rotacji.

Hipoteza

Dla dowolnej liczby n sześciątów jednostkowych, liczba różnych prostopadłościanów, które można z nich ułożyć, odpowiada liczbie rozwiązań równania $abc = n$, gdzie a , b i c są liczbami naturalnymi, a kolejność czynników nie ma znaczenia



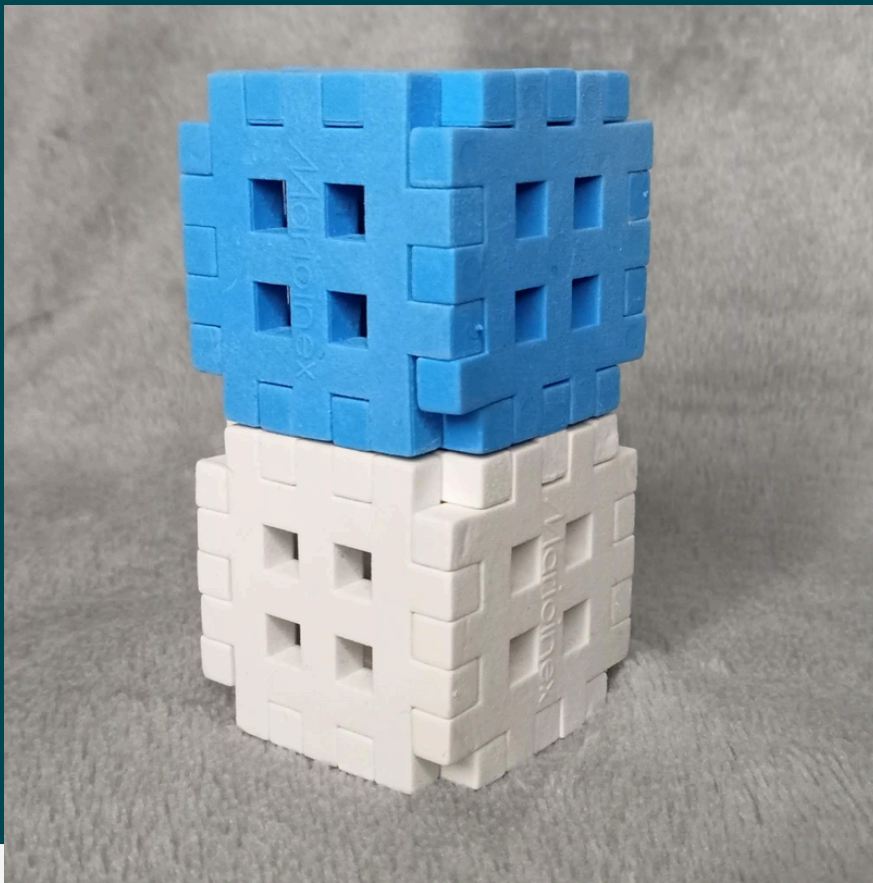
- **Rozwiązanie problemu:**

Należy znaleźć wszystkie trójki liczb naturalnych (a, b, c) , takich że $a \times b \times c = n$. Ponieważ kolejność wymiarów nie ma znaczenia (prostokąty o wymiarach $2 \times 3 \times 4$ jest taki sam jak o wymiarach $3 \times 2 \times 4$), należy uwzględnić tylko istotnie różne różnice tych trójek, oraz zliczyć możliwą liczbę takich zestawień.

Przykładowe kombinacje prostopadłościanu z n sześciątów

n = 2

- $1 \times 1 \times 2 = 2$

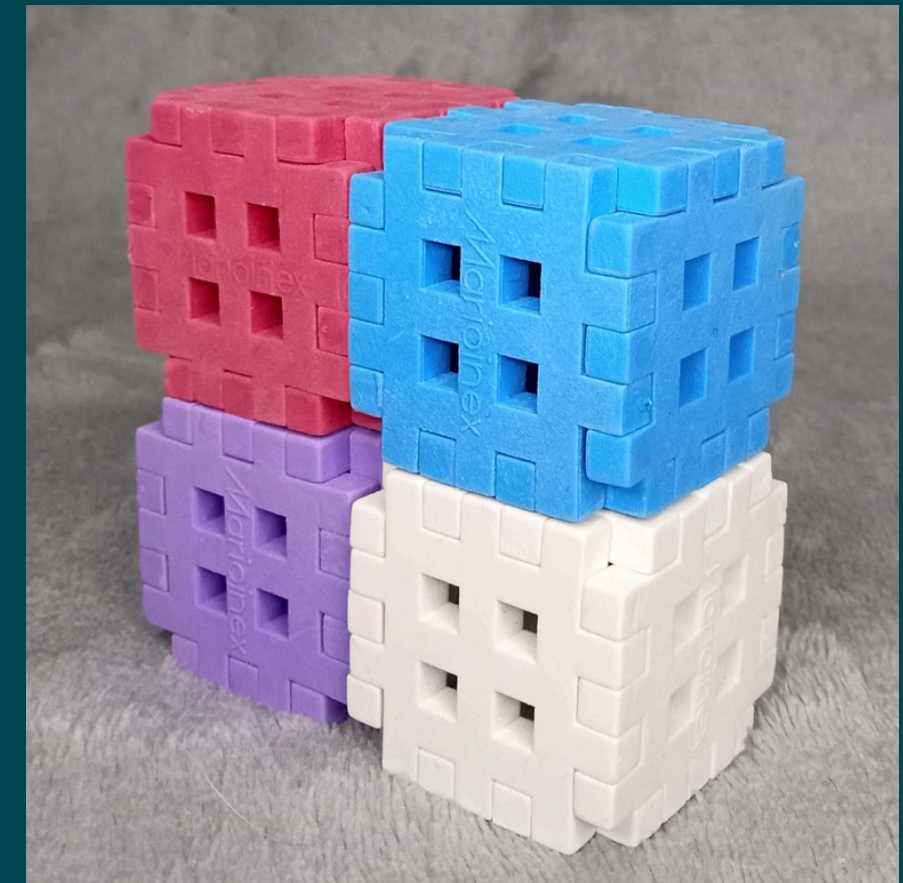


n = 4

- $1 \times 1 \times 4 = 4$



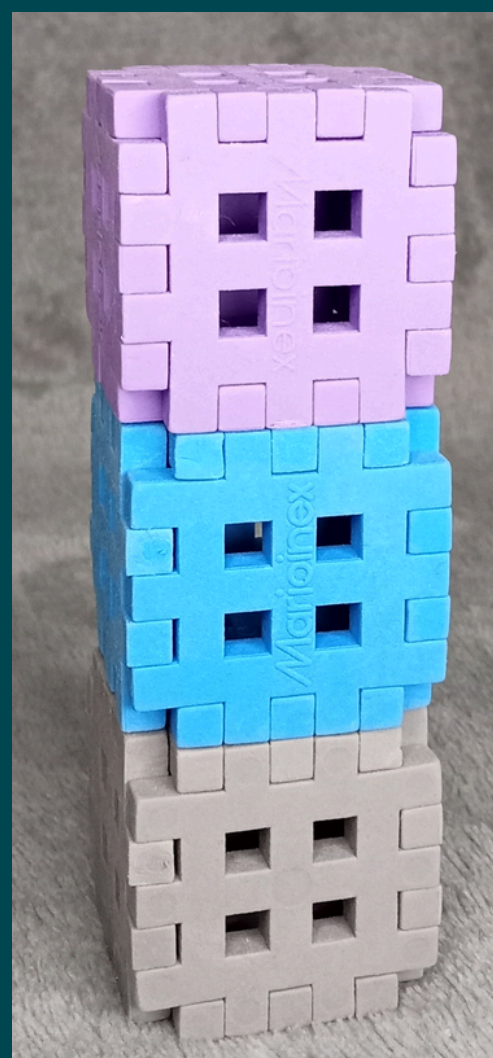
- $1 \times 2 \times 2 = 4$



Przykładowe kombinacje prostopadłościanu z n sześciątów

$$n = 3$$

- $1 \times 1 \times 3 = 3$



$$n = 23$$

- $1 \times 1 \times 23 = 23$



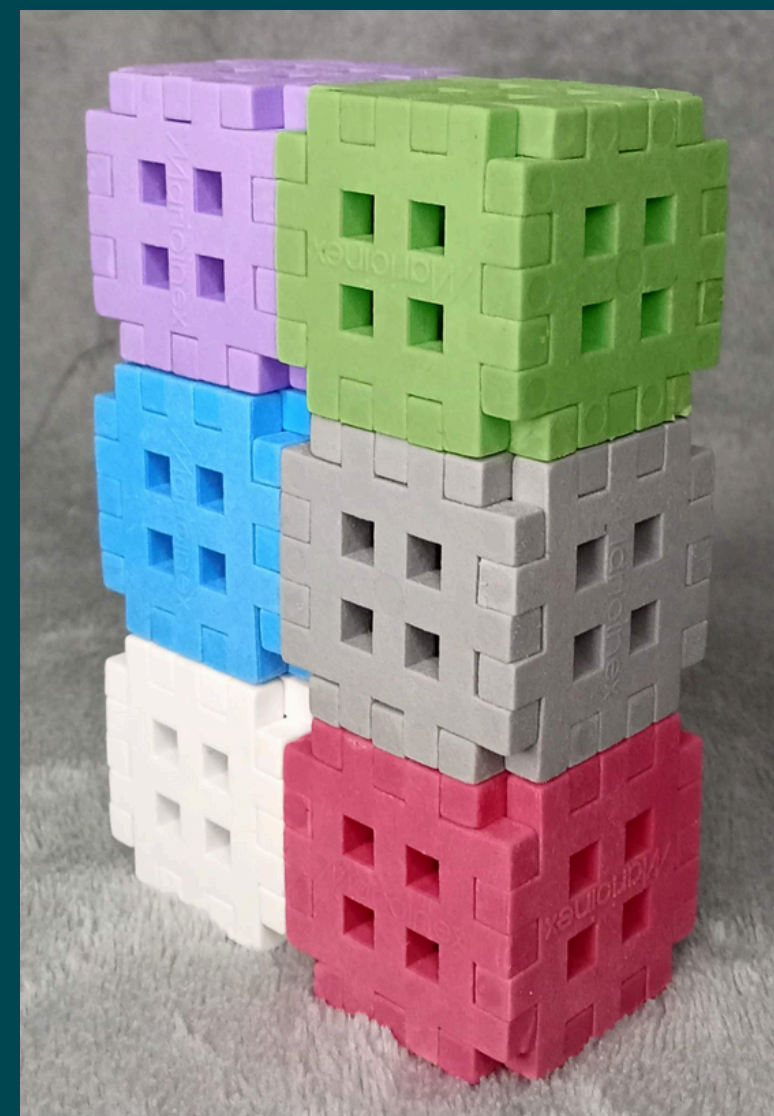
Przykładowe kombinacje prostopadłościanu z n sześciątów

$$n = 6$$

- $1 \times 1 \times 6 = 6$



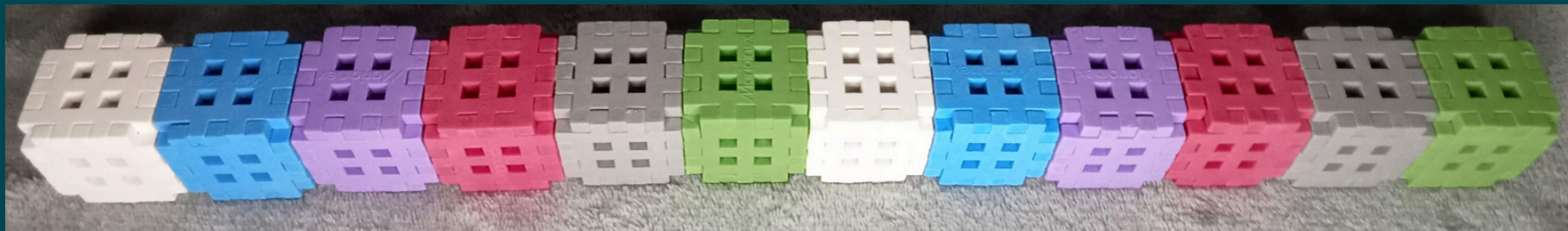
- $1 \times 2 \times 3 = 6$



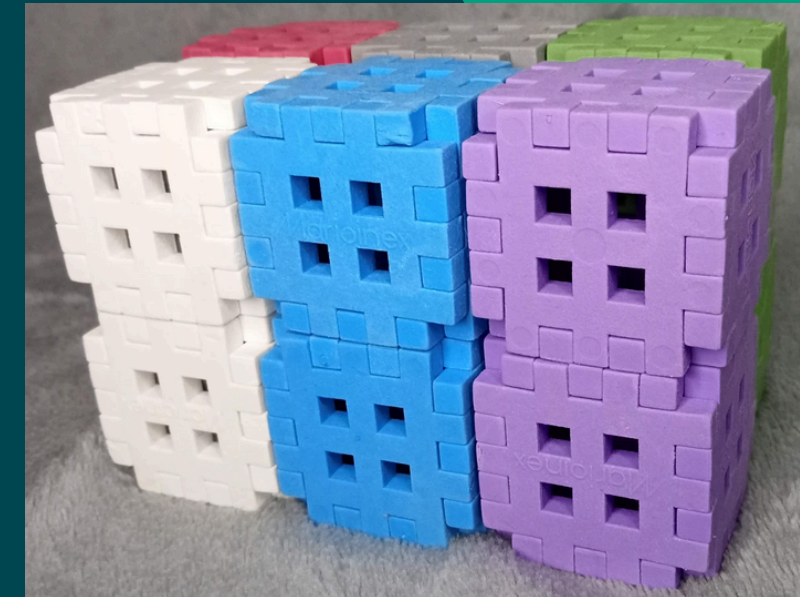
Przykładowe kombinacje prostopadłościanu z n sześcianów

$$n = 12$$

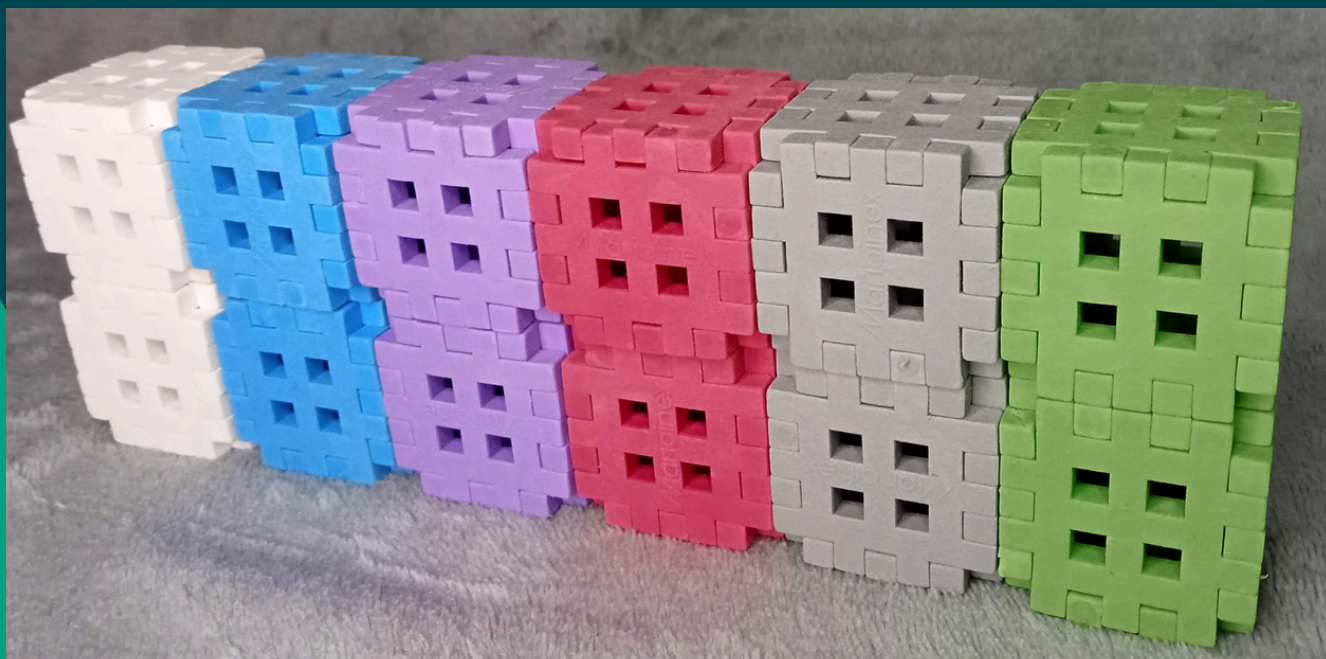
- $1 \times 1 \times 12 = 12$



- $2 \times 2 \times 3 = 12$



- $1 \times 2 \times 6 = 12$



- $1 \times 3 \times 4 = 12$



Przykładowe kombinacje prostopadłościanu z n sześcianów

$$n = 24$$

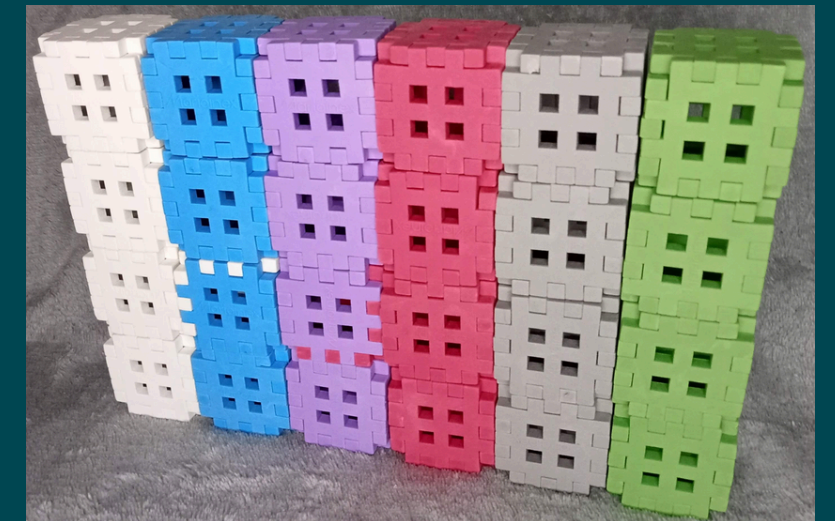
- $1 \times 1 \times 24 = 24$



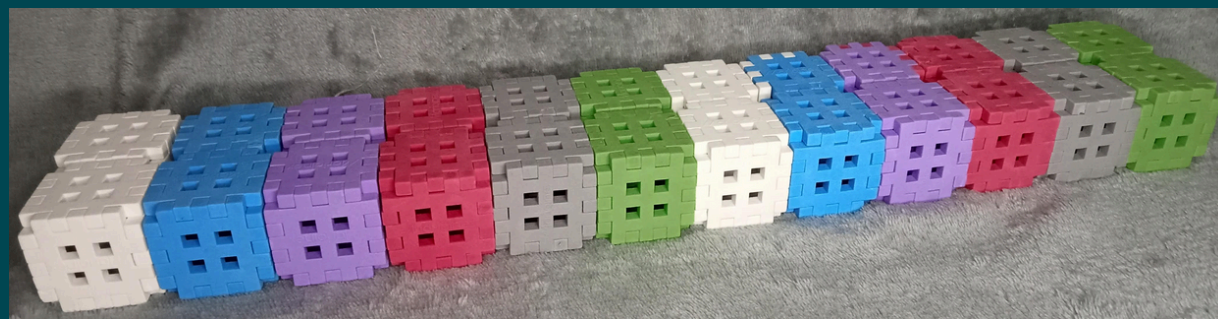
- $2 \times 3 \times 4 = 24$



- $1 \times 4 \times 6 = 24$



- $1 \times 2 \times 12 = 24$



- $2 \times 2 \times 6 = 24$



- $1 \times 3 \times 8 = 24$



Moje obserwacje:

- Podczas eksperymentu można zauważyć, że liczba różnych prostopadłościanów, które można skonstruować z n jednostkowych sześcianów, odpowiada liczbie rozwiązań równania $a \cdot b \cdot c = n$, gdzie a , b i c są liczbami naturalnymi.
- Można również zauważyć, że liczba możliwych prostopadłościanów rośnie wraz ze wzrostem n , ale nie w sposób liniowy.
- Liczba możliwych prostopadłościanów rośnie wraz z większą liczbową złożonością n im więcej różnych kombinacji dzielników ma liczba n , tym więcej unikalnych trójek (a,b,c) , które spełniają $abc=n$, co przekłada się na większą liczbę możliwych prostopadłościanów. Przykład: $n=24$ (dużo dzielników) daje więcej możliwości niż $n=23$ (liczba pierwsza).



Wnioski

- Problem ma charakter kombinatoryczny i dzielnikowy. Eksperyment pokazuje ścisłe powiązanie z teorią liczb: liczba prostopadłościanów zależy od ilości i układu dzielników liczby n . To łączy geometrię (kształty) z arytmetyką (rozłożenie liczby na czynniki).
- Liczba różnych prostopadłościanów, które można skonstruować z n jednostkowych sześciątów, jest ograniczona przez liczbę rozwiązań równania $a \cdot b \cdot c = n$
- Liczby pierwsze tworzą tylko jeden prostopadłościan. Jeśli n jest liczbą pierwszą, jedyną możliwą trójką jest $(1,1,n)$. Oznacza to minimalną różnorodność konstrukcji - tylko jeden wydłużony prostopadłościan.

Zastosowanie eksperymentu w praktyce

Tego typu obliczenia mają zastosowanie w różnych dziedzinach, takich jak projektowanie opakowań, optymalizacja przestrzeni magazynowej czy analiza struktur molekularnych w chemii. Znajomość liczby możliwych konfiguracji pozwala na lepsze planowanie i wykorzystanie dostępnej przestrzeni. Zadania tego typu pomagają również rozwijać zdolności analityczne i umiejętność pracy z liczbami całkowitymi.



**Dziękuję za
uwagę :)**

Lena Romanowicz VIII A