

○○○ **MAKSYMILIAN JAGIELSKI**

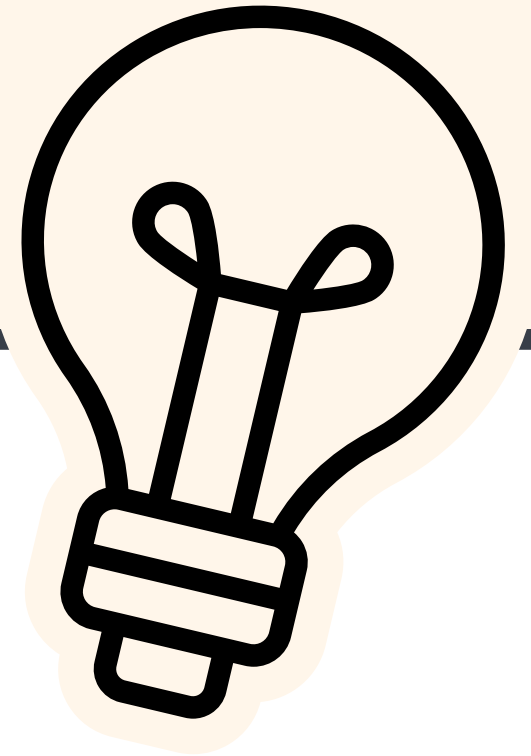
MODELOWANIE RUCHU RZUCONEJ PIŁKI

Analiza położenia, prędkości i przyspieszenia



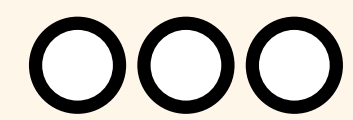


HIPOTEZA

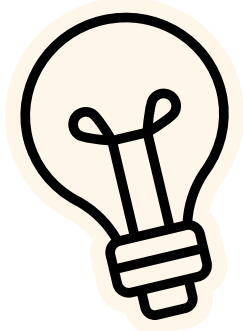


Jak różne rozmiary piłek
wykonanych z różnych materiałów
wpływają na ich ruch w powietrzu?

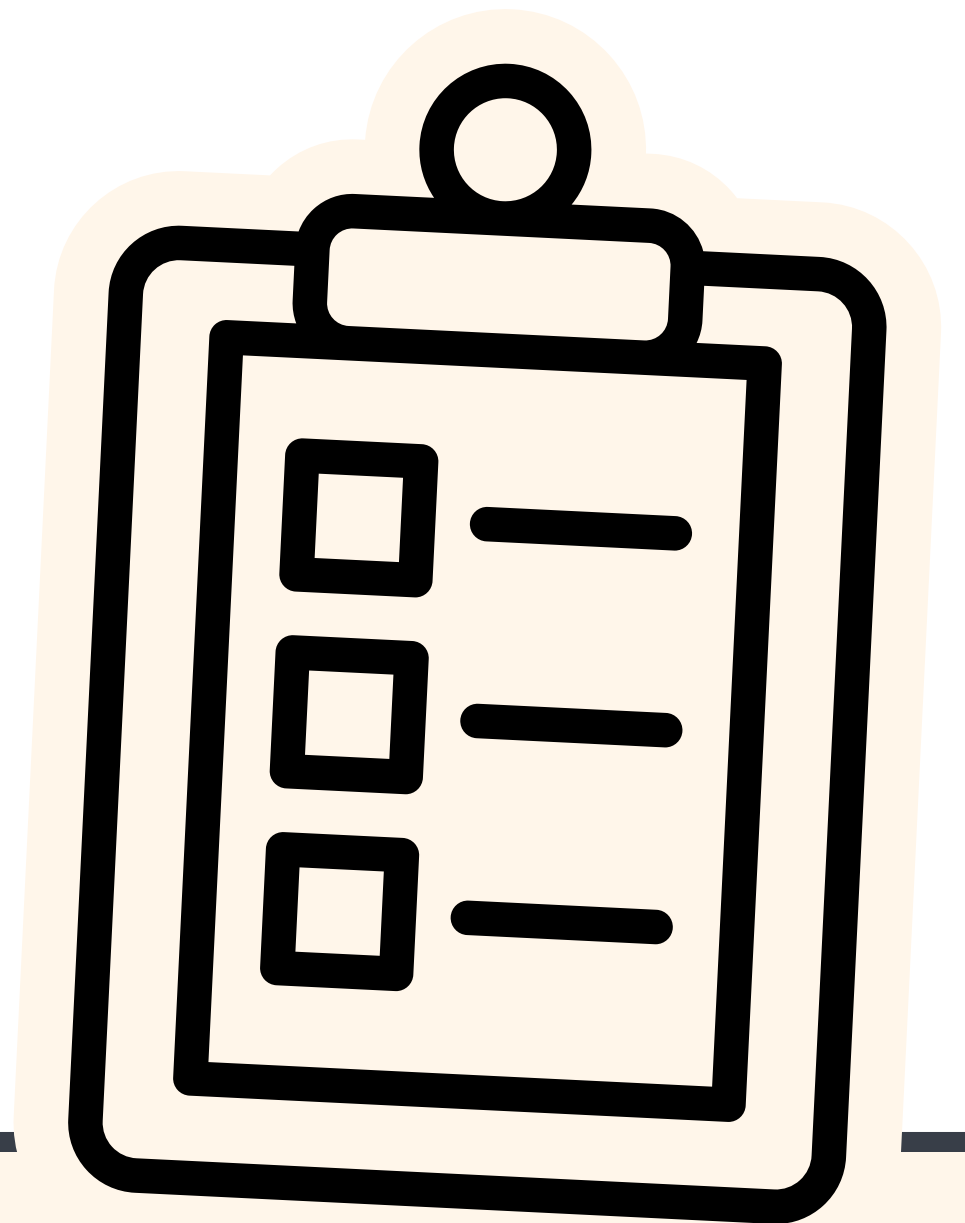
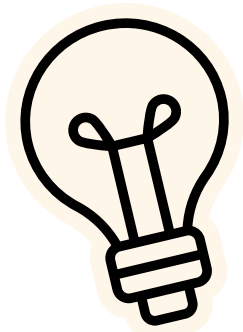




MATERIAŁY:



- piłki do tenisa, do tarczy i do ping-ponga
- stoper
- taśma miernicza
- kamera slow-motion (kamera w telefonie)





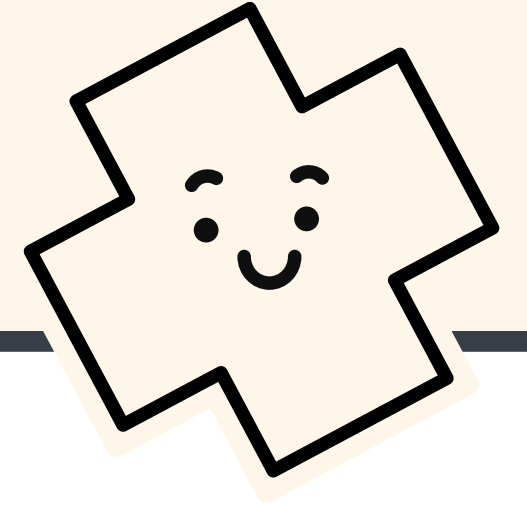
PLAN DZIAŁANIA:



1. Rzuć piłkę pionowo w górę i **zmierz jej czas całkowitego lotu** (do momentu powrotu na ziemię)
2. Zarejestruj całkowity czas lotu i **oszacuj maksymalną wysokość** (średnia z pięciu rzutów)
3. Utwórz **główną funkcję $s(t)$** , gdzie:
 - $s(0)$ – początkowa wysokość (może być równa 0)
 - $v(0)$ – początkowa prędkość
4. Użyj **pochodnych**, aby znaleźć:
 - czas, w którym **prędkość wynosi 0**
 - **przyśpieszenie** w trakcie ruchu



OGÓLNA POSTAĆ FUNKCJI POŁOŻENIA



$$s(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0$$

- **Gdzie:**
 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ (przyśpieszenie ziemskie)

Wyniki i obserwacje:

- porównanie zmierzonego czasu z **modelem obliczeniowym**
- **źródła błędów** (czas reakcji, opór powietrza, oszacowanie wysokości)



PIŁKA DO TENISA

Maks. Wysokość i czas lotu

1. $t = 2.12 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 110 \text{ cm}$

2. $t = 2.62 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 117 \text{ cm}$

3. $t = 2.83 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 98 \text{ cm}$

4. $t = 2.75 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 112 \text{ cm}$

5. $t = 2.63 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 98 \text{ cm}$

Średni czas lotu: $t = 2.59 \text{ s}$

Średnia maks. wysokość: $s = 107 \text{ cm}$

$t = 2.59 \text{ s}$ max. $s(t)$ dla $t = 2.59 : 2 = 1.295 \text{ s}$

$s(t) = -4.9 t^2 + v_0 t$ (połowa lotu)

$s'(t) = v(t) = -9.8 + v_0$

$-9.8 \cdot 1.295 + v_0 = 0$

$v_0 = 9.8 \cdot 1.295 = 12.7 \text{ m/s}$

$s(1.295) = -4.9 \cdot (1.295)^2 + 12.7 = 4.48 \text{ m}$

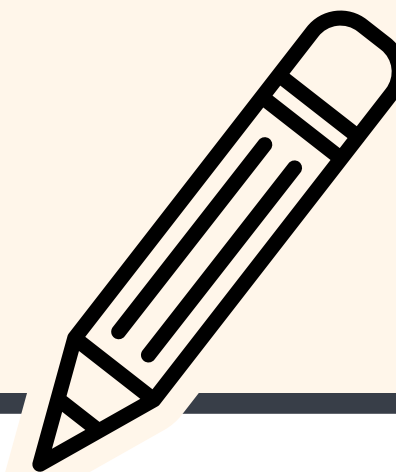
teoretyczna
max. wysokość

prędkość uderzenia

$v(2.59) = -9.8(2.59) + 12.7 = -12.7 \text{ m/s}$ (perfekcyjna symetria)



PIŁKA DO TARCZY



Maks. Wysokość i czas lotu

1. $t = 1.05$ s, $s_{\max} = 54$ cm
2. $t = 1.76$ s, $s_{\max} = 25$ cm
3. $t = 2.85$ s, $s_{\max} = 53$ cm
4. $t = 1.77$ s, $s_{\max} = 57$ cm
5. $t = 1.75$ s, $s_{\max} = 50$ cm

Średni czas lotu: $t = 1.87$ s

Średnia maks. wysokość: $s = 47.8$ cm

$$t = 1.87 \text{ s} \quad \text{max. } s(t) \quad \text{dla } t = 1.87 : 2 = 0.935 \text{ s}$$

$$s(t) = -4.9t^2 + v_0 t$$

$$s'(t) = v(t) = -9.8t + v_0$$

$$-9.8 \cdot 0.935 + v_0 = 0$$

$$v_0 = 9.8 \cdot 0.935 = 9.17 \text{ m/s}$$

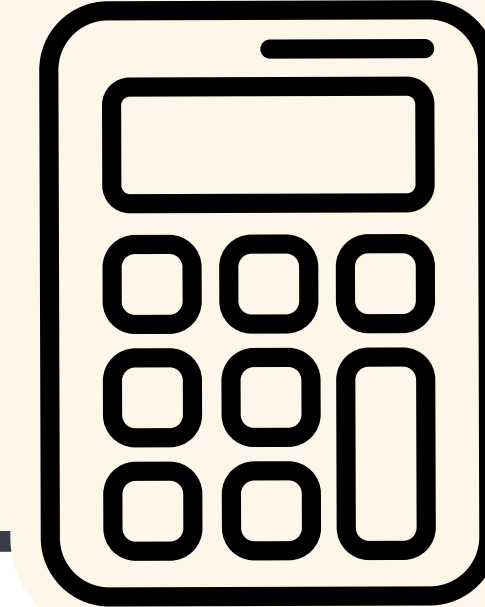
$$s(0.935) = -4.9 \cdot (0.935)^2 + 9.17 = 4.88 \text{ m}$$

teoretyczna
max. wysokość

prędkość uderzenia

$$v(1.87) = -9.8(1.87) + 9.17 = -9.17 \text{ m/s}$$

○○○ PIŁKA DO PING-PONGA



Maks. Wysokość i czas lotu

1. $t = 2.03 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 72 \text{ cm}$
2. $t = 2.79 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 85 \text{ cm}$
3. $t = 2.84 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 84 \text{ cm}$
4. $t = 3.31 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 90 \text{ cm}$
5. $t = 3.68 \text{ s}$, $s_{\text{max}} = 72 \text{ cm}$

Średni czas lotu: $t = 2.93 \text{ s}$

Średnia maks. wysokość: $s = 74.6 \text{ cm}$

$$t = 2.93 \text{ s}$$

$$\text{max. } s(t) \text{ dla } t = 2.93 : 2 = 1.465 \text{ s}$$

$$s(t) = -4.9t^2 + v_0 t$$

$$s'(t) = v(t) = -9.8t + v_0$$

$$-9.8 \cdot 1.466 + v_0 = 0$$

$$v_0 = 9.8 \cdot 1.465 = 14.36 \text{ m/s}$$

$$s(1.465) = -4.9 \cdot (1.465)^2 + 14.36 = 3.84 \text{ m}$$

teoretyczna
maks. wysokość

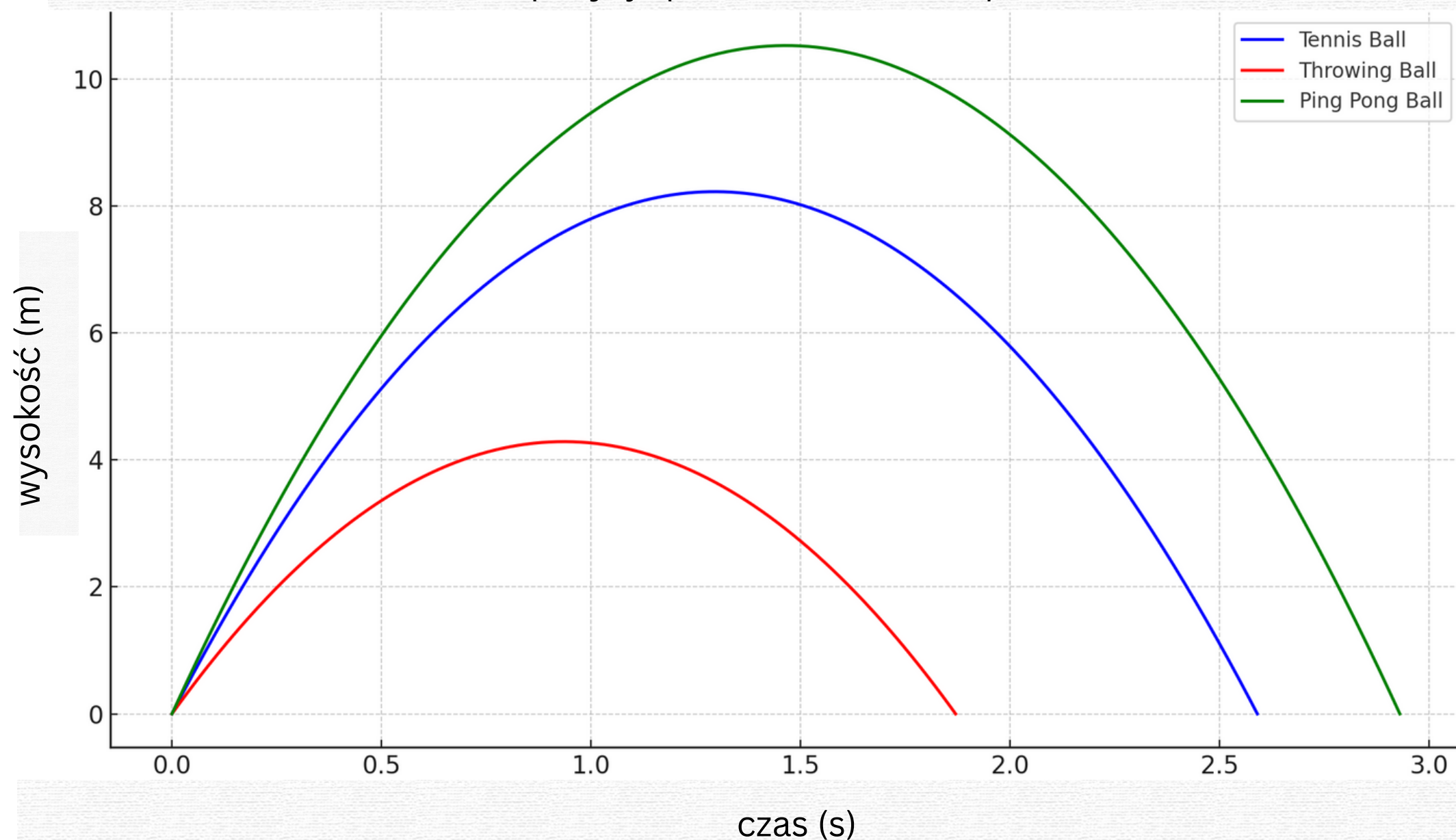
prędkość uderzenia

$$v(2.93) = -9.8(2.93) + 14.36 = -14.36 \text{ m/s}$$



WYKRES TRAJEKTORII

pozycja pionowa a czas dla piłek



Tenis:

- rzeczywista wysokość = 1.07m
- Teoretyczna wysokość = 4.48m
-

Piłka do tarczy:

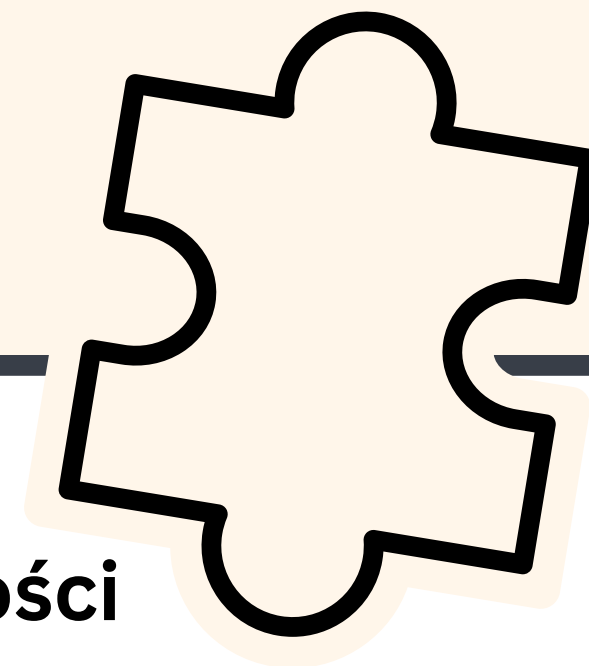
- rzeczywista wysokość = 0.48m
- Teoretyczna wysokość = 4.88m
-

Piłka do ping-ponga:

- rzeczywista wysokość = 0.75m
- Teoretyczna wysokość = 3.84m



OBSERWACJE, WNIOSKI, GŁÓWNE PROBLEMY

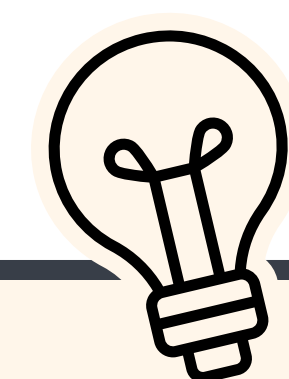


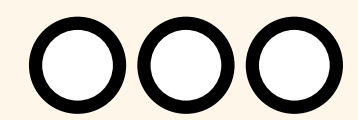
Obserwacje i wnioski:

- modele matematyczne dały **znacznie wyższe wartości maksymalnych wysokości** niż rzeczywiste pomiary

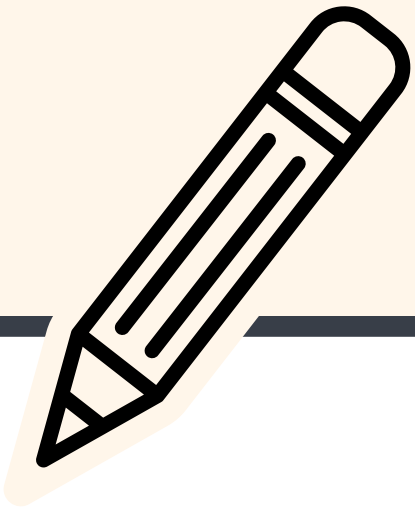
Główne przyczyny rozbieżności:

- opór powietrza
- Grawitacja
- Straty energii (niedelalna pionowość rzutu)
- Niedokładności w pomiarze czasu

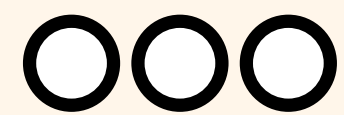




ŹRÓDŁA:



- <https://home.agh.edu.pl/~kako1/efizyka/w03/main03b.html>
- <https://matematyka.poznan.pl/artyku1/rzut-ukosny/>



4 Liceum Ogólnokształcące im. Emilii
Szczanieckiej w Łodzi / klasa 3DP

Dziękuję za uwagę

