

Zajęcia Klubów Młodego Odkrywcy planowane na 21 i 22 października 2020 realizujemy zdalnie.

Temat: I Ty możesz odkrywać matematykę jak Fibonacci

Zagadnienie:

Wprowadzenie

Fibonacci (Leonardo z Pizy; ur. ok. 1175 w Pizie – zm. 1250) to włoski matematyk, znany jako Leonardo Fibonacci, Filius Bonacci (syn Bonacciego), Leonardo Pisano (z Pizy). Życiorys miał ciekawy. Jego ojciec, Guglielmo z rodziny Bonacci, zajmował stanowisko dyplomatyczne w Afryce północnej i Fibonacci tam właśnie się kształcił. Pierwsze lekcje matematyki pobierał od arabskiego nauczyciela w mieście Bouzja (dziś algierska Bidżaja). Dużo podróżował najpierw razem z ojcem, później samodzielnie, odwiedzając i kształcąc się w takich miejscach jak Egipt, Syria, Prowansja, Grecja i Sycylia. W czasie swych podróży po Europie i po krajach Wschodu miał okazję poznać osiągnięcia matematyków arabskich i hinduskich, między innymi dziesiętny system liczbowy.

Napisał szereg rozpraw matematycznych, z których wiele zaginęło. Jednym z jego dzieł było „Liber abaci”, które stanowiło wykład azjatyckich osiągnięć w dziedzinie matematyki. Pojawiły się tu takie pojęcia jak: liczby ujemne, zero, pozycyjny system zapisu liczby, równania liniowe i kwadratowe. W książce poruszone są też tematy podzielności, teorii liczb, symbolika matematyczna, ale również zasady księgowania, reguły zysków i strat czy wymiany pieniędzy. Widać stąd, jak szerokie były zainteresowania Fibonacciego. Jednak najśłynniejszym zadaniem z tej książki stało się zadanie o królikach. Oto ono:

Ile par królików będziemy mieli na końcu roku, jeśli zaczniemy w styczniu z jedną parą królików, ta w każdym następnym miesiącu, poczynając od marca, wyda na świat kolejną parę królików i z każdej pary urodzą się kolejne pary po dwóch miesiącach od narodzin?

Zagadnienie do zbadania

Zacznijmy podążanie ścieżkami Fibonacciego od tego właśnie zagadnienia.

Zadanie 1.

Spróbujcie określić liczbę par królików w kolejnych miesiącach rozpatrywanego roku. Otrzymaliście 12 liczb. Te liczby to 12 pierwszych wyrazów tzw. ciągu Fibonacciego.

Ciąg liczbowy najprościej można określić jako ciąg liczb ustawionych w pewnej kolejności. Liczby te nazywamy wyrazami ciągu, wyrazy te są uporządkowane, każdy ma swój „numer”. Często wyrazy ciągu obliczamy według jakiegoś wzoru. I właśnie jeden z takich wzorów opracował Fibonacci, tworząc słynny ciąg, który teraz nazywamy ciągiem Fibonacciego.

Czy odkryliście zasadę, według której można obliczyć kolejne wyrazy ciągu Fibonacciego?

Jeżeli nie, to zajrzyjcie do dowolnego źródła podręcznikowego lub internetowego, aby odnaleźć wzór opracowany przez Fibonacciego i sprawdźcie, czy dobrze obliczyliście pierwszych 12 wyrazów ciągu. Oczywiście można obliczać nieskończenie wiele wyrazów tego ciągu.

Zadanie 2.

A teraz oblicz iloraz każdego wyrazu ciągu Fibonacciego przez wyraz poprzedni (jeśli istnieje). Nie poprzestawaj na obliczeniu np. trzech ilorazów, ponieważ wszelkie regularności można zaobserwować dopiero po wykonaniu wielu obliczeń. Możesz do obliczeń użyć programu komputerowego, np. arkusza kalkulacyjnego. Co obserwujesz?

Liczba, do której zbliżają się obliczane przez Ciebie ilorazy, nazywana jest złotą liczbą i oznaczana

grecką literą φ (czytaj: fi). Jest ona związana ze złotą proporcją, jaką otrzymamy dokonując złotego podziału dowolnego odcinka na dwie części tak, aby długość całego odcinka podzielona przez długość większej części dała taki sam iloraz jak długość większej części podzielona przez długość mniejszej części. Ta złota proporcja jest czasami nazywana matematycznym przepisem na piękno. I tutaj mamy kolejne zadanie.

Zadanie 3.

Narysuj dowolny odcinek i konstrukcyjnie podziel go według reguły złotego podziału. Gdy już wykonasz tę konstrukcję, poszukaj w różnych źródłach informacji, które uzasadniałyby określenie złotej liczby jako matematycznego przepisu na piękno.

I to już wszystkie zadania na dzisiaj. Mam ogromną nadzieję, że wkrótce będziemy mogli znowu spotkać się na naszych zajęciach w kampusie UwB i porozmawiać o Waszych odkryciach. A tymczasem zdjęcia prac i uzasadnienia wyciągniętych wniosków, jak zwykle, można przesyłać na adres a.rybak@uwb.edu.pl. Proszę też przesyłać informacje o tym, do jakich wniosków rozszerzających zaproponowane zagadnienie doszliście.

Włączcie do swojej pracy rodziców, dziadków, rodzeństwo – to mój stały apel.

Z pozdrowieniami,

Anna Rybak i Justyna Makowska

wraz z zespołem Centrum Kreatywnego Uczenia się Matematyki
na Wydziale Matematyki Uniwersytetu w Białymstoku