

## Zadania konkursowe - część pierwsza

28 lutego 2015 roku odbyła się I Międzynarodowa Internetowa Olimpiada Matematyczna, w której wzięli udział uczniowie z kilku liceów białostockich oraz uczniowie z gimnazjów i liceów w Brześciu na Białorusi. Konkurs był nietypowy - z łączem internetowym, z zestawem zadań złożonym z propozycji strony polskiej i strony białoruskiej. Konkurs będzie kontynuowany; w przyszłym roku chcą dołączyć do niego szkoły polskie na Litwie.

Poniżej widzicie trzy zadania, które zaproponowali nasi koledzy z Uniwersytetu w Brześciu. Macie okazję rozwiązać je w trybie indywidualnym, w swoim tempie, bez stresu, jaki stwarza atmosfera konkursu w sali.

**Zadanie 1.** Dane są liczby dodatnie  $a$  i  $b$  i cztery twierdzenia:

- (1)  $a + 1$  dzieli się przez  $b$ ;
- (2)  $a$  jest równe  $2b + 5$ ;
- (3)  $a + b$  dzieli się przez 3;
- (4)  $a + 7b$  jest liczbą pierwszą.

Wiadomo, że jedno z tych twierdzeń jest fałszywe, a pozostałe trzy - prawdziwe. Znaleźć wszystkie możliwe pary liczb  $a$  i  $b$ .

**Zadanie 2.** Znaleźć wszystkie pary liczb całkowitych  $m$  i  $n$ , dla których spełniona jest równość:

$$n^2 + n = m^2 + 2m - 9.$$

**Zadanie 3.** W trójkącie  $ABC$  długości boków  $AB$ ,  $BC$  i  $AC$  są kolejnymi liczbami naturalnymi. Wiadomo, że  $|AB| \geq 3$ , zaś  $AD$  to wysokość opuszczona na bok  $BC$ . Udowodnić, że  $|CD| - |BD| = 4$ .

Rozwiązania prosimy przysyłać na adres: [konkursmatinf@ii.uwb.edu.pl](mailto:konkursmatinf@ii.uwb.edu.pl)